

MÉTODO EXPLÍCITO VS. IMPLÍCITO EN LA RESOLUCIÓN DEL INTERCAMBIO RADIANTE DE ONDA LARGA EN SIMULACIÓN TÉRMICA DE EDIFICIOS

CUBILLAS FERNÁNDEZ, Paloma Rocío ⁽¹⁾; RODRÍGUEZ MAESTRE, Ismael ⁽¹⁾

FONCUBIERTA BLAZQUEZ, Juan Luis ⁽¹⁾; GONZÁLEZ SILES, Gabriel ⁽¹⁾

paloma.cubillas@uca.es

⁽¹⁾Universidad Cádiz, Escuela Politécnica Superior de Algeciras, Grupo de Investigación de Ingeniería Térmica

RESUMEN

Los programas de simulación térmica de edificios no sólo constituyen una herramienta de gran utilidad al servicio de profesionales del sector energético sino que su uso, a raíz de los últimos cambios normativos en materia de ahorro y eficiencia energética, se han convertido en una de las vías obligatorias para comprobar el cumplimiento de las limitaciones impuestas por dichas normas [1].

Actualmente, dado el alto grado de conocimiento existente en el modelado térmico de edificios, la precisión alcanzada por los programas de simulación está prácticamente encomendada a la información climática y al conocimiento de las condiciones de operación, y por tanto, el desarrollo de nuevos modelos está principalmente asociado a nuevas soluciones constructivas o de sistemas de climatización. Sin embargo, la extensión de su utilización al ámbito profesional, junto con la tendencia a simular en pasos de tiempos inferiores a una hora [2], ha motivado la revisión de los algoritmos utilizados con el objeto de valorar la relación entre su precisión y los tiempos empleados de CPU.

En este sentido, uno de los algoritmos presentes en dichos programas de simulación es aquel destinado a resolver el intercambio radiante de onda larga en el interior del edificio, de especial interés en espacios con acceso solar. La formulación de dicho fenómeno dependerá del tipo de esquema de resolución general elegido para resolver el conjunto de ecuaciones que gobiernan la energética del edificio. Así, podemos encontrar esquemas de resolución denominados “*implícitos*” [2, 3] que necesitan de procesos iterativos o de inversión de matrices, costosos computacionalmente; o los “*explícitos*” [4], que establecen hipótesis para evitar dichos procesos, como asumir temperaturas de instantes anteriores.

En el presente artículo se propone una nueva formulación para la integración del fenómeno del intercambio radiante de onda larga en un esquema de resolución explícito. Así mismo, se expondrán los resultados de la validación del método en términos de precisión (flujos de calor y temperaturas superficiales) y tiempos de CPU, empleando como referencia un esquema de resolución implícito.

Palabras clave: explícito, implícito, intercambio radiante.

1. Introducción

Actualmente, existe un auge de usuarios de programas de simulación energética de edificios debido a su aplicación en el cumplimiento de normativa energética, estudios de viabilidad de nuevas tecnologías o en la realización de auditorías. Estos programas incorporan modelos térmicos muy detallados de los elementos constructivos o de las instalaciones térmicas. La complejidad de dichos modelos, junto con la actual tendencia de reducción del paso de tiempo de simulación para reproducir los algoritmos de control de los equipos de climatización, requiere de tiempos de computación elevados para poder realizar una única simulación anual. Por ello, dado el tipo aplicación a la cual están destinados, cabría la posibilidad de reducir dichos tiempos de computación revisando los modelos y algoritmos utilizados.

La aplicación de balances de energía en la superficie de cada cerramiento y volúmenes de aire, los modelos para resolver los mecanismos de transferencia de calor por conducción transitoria, convección, radiación solar, radiación infrarroja, infiltración de aire, los modelos de comportamiento de los equipos térmicos, etc. dan lugar a extenso sistema de ecuaciones no lineales y que deben resolverse simultáneamente. Lógicamente, son innumerables los métodos de resolución implícita de sistemas de ecuaciones no lineales. Programas de reconocido prestigio como DOE2 [5] o EnergyPlus [2] recurren a estos métodos implícitos de resolución numérica.

Sin embargo, otros programas, como ESP-r [4], reformulan las ecuaciones de tal forma que puedan resolverse explícitamente, es decir, cada ecuación se resuelve independientemente de las demás y sin necesidad de métodos numéricos iterativos, con la consecuente reducción de tiempos de computación. Lógicamente, esta reformulación de las ecuaciones conlleva una pérdida de precisión que deberá ser evaluada.

Dentro del conjunto global de ecuaciones que definen el comportamiento térmico de un edificio, se encuentran aquellas correspondientes al intercambio radiante de onda larga entre las superficies interiores de un espacio. Cada una de estas ecuaciones incluye todas las temperaturas superficiales de los cerramientos interiores y, por tanto, deberían resolverse simultáneamente en cada paso de tiempo. Una reformulación de las ecuaciones de cada cerramiento, para resolverse según un esquema explícito, pasaría por asumir el valor ya conocido del instante anterior para aquellas temperaturas superficiales que corresponden con el resto de cerramientos. Estos esquemas se basan en el uso de pasos de tiempo muy cortos, del orden de cinco minutos, de tal forma que la variación de temperatura en cada paso de tiempo no sea muy relevante, en caso contrario, el sistema aparecerían inestabilidades.

ESPr ofrece dos posibilidades de resolución bajo estas hipótesis; una más detallada, que tiene en cuenta múltiples reflexiones entre todas las superficies del recinto, y otra simplificada que sólo tiene en cuenta las reflexiones entre pares de superficies [6]. Sin embargo, no se han encontrado estudios que contrasten la pérdida de precisión con la reducción de tiempos de computación de manera que permitan tomar una solución de compromiso.

En el presente artículo, con el objetivo de cuantificar el ahorro de tiempo computacional que puede implicar optar por un procedimiento de resolución explícito, y evaluar el error asociado, se realiza una comparación de sendas metodologías (explícita e implícita). En primer lugar, se exponen los dos esquemas de resolución desarrollados para resolver el problema del intercambio radiante de onda larga en recintos. A continuación, se define el caso de estudio realizado y se analizan los resultados desde el punto de vista de precisión obtenida y tiempos de CPU empleados.

2. Metodología

El Método de Radiación Neta [7] (NRM por sus siglas en inglés) es el método de cálculo de intercambio radiante de onda larga en recinto cerrado utilizado en el presente estudio.

Dicho método se basa en las siguientes hipótesis: el aire del recinto se considera como medio no participativo de intercambio radiante, que las temperaturas y flujos de calor superficiales son uniformes, que las propiedades radiantes son independientes de las temperaturas, y que las superficies son grises y difusas.

Bajo las hipótesis descritas, y haciendo uso de la ley de Kirchhoff [7] y del hecho de que la superficie "i" se supone difusa y gris ($\varepsilon_i = \alpha_i$), las ecuaciones generales para superficies grises en una banda se pueden expresar como:

$$q_i = \alpha_i M_i^0 - \alpha_i E_i \quad (1)$$

$$E_i = \phi_i + \sum_{j=1}^{j=n} F_{ij} J_j \quad (2)$$

$$J_i = \alpha_i M_i^0 + \rho_i E_i + \tau_i E'_i \quad (3)$$

Suponiendo un recinto formado por n superficies y donde:

E : Irradiaciones (W/m^2).

q : Densidad de flujo de calor (W/m^2).

M^0 : Emitancia o poder emisor de un cuerpo negro (W/m^2).

ϕ : Irradiaciones primarias procedentes del sol.

F_{ij} : Factor de forma entre la superficie i y la j .

α : Absortividad.

ε : Emisividad.

τ : Transmisividad.

Si se introduce la ecuación (3) en la ecuación (2) se elimina la radiosidad de la formulación:

$$E_i = \phi_i + \sum_{j=1}^n F_{ij} (\alpha_j M_j^0 + \rho_j E_j + \tau_j E'_j) \quad (4)$$

Adoptando una notación matricial [8] en la que se designarán los vectores sin subíndice y las matrices entre corchetes y donde las matrices de propiedades $[\alpha]$, $[\rho]$ y $[\tau]$ son matrices diagonales en las que la propiedad de la superficie i aparece en la posición (i,i) de la matriz; las ecuaciones (1) y (4) se reescribirían como:

$$q = [\alpha] M^0 - [\alpha] E \quad (5)$$

$$E = \phi + [F]([\alpha] M^0 + [\rho] E + [\tau] E') \quad (6)$$

A un término E'_i de la matriz E' pueden corresponder dos situaciones diferentes [9]:

Que la cara opuesta a la superficie i no esté incluida en el recinto y por lo tanto sea una cara exterior o perteneciente a otro recinto. En ambos casos se supondrá que E'_i es un dato conocido.

Que la cara opuesta a la superficie i esté también incluida dentro del recinto tratado, es decir, que i sea una superficie interna al recinto. En tal caso, si la cara opuesta a i es la cara j , entonces $E'_i = E_j$

Así, E' será formulado como la suma de los dos términos explicados anteriormente, tal y como se muestra en la ecuación matricial (7):

$$E' = E^{ext} + [B] E \quad (7)$$

Donde la matriz $[B]$ es una matriz Booleana de conectividades en la que todas sus entradas son ceros, excepto aquellas posiciones que representan ambas caras de un mismo elemento, en cuyo caso vale uno.

Introduciendo la ecuación (7) en (6) y despejando la única incógnita se obtiene:

$$E = [C_E]^{-1} (\phi + [F][\alpha]M^0 + [F][\tau]E^{ext}) \quad (8)$$

donde:

$$[C_E] = [I] - [F][\rho] - [F][\tau][B] \quad (9)$$

Así pues, las únicas incógnitas en las ecuaciones (5) y (6) serán las temperaturas superficiales.

Introduciendo (8) en (5) se tiene la expresión final:

$$q = [\alpha]M^0 - [\alpha] \left(([C]^{-1} \cdot \phi + [C]^{-1} \cdot [F][\tau] \cdot E^{ext}) + ([C]^{-1} \cdot [F] \cdot [\alpha]) M^0 \right) \quad (10)$$

Lógicamente, la ecuación (10) podrá ser resuelta en base a un procedimiento explícito o bien a uno implícito.

En el caso de la resolución implícita se ha optado por un procedimiento iterativo basado en Newton-Raphson.

En el caso de la resolución explícita, y puesto que el cálculo del flujo de calor radiante neto para cada superficie i está acoplado con las temperaturas superficiales del resto de superficies j que conforman el recinto ($q_{i,RL}^t = f((T_i^t)^4, (T_j^t)^4)$), se procede a desacoplar el cálculo del flujo radiante neto de la superficie i ($q_{i,RL}^t$) de las temperaturas del resto de superficies j participantes en el intercambio. Para ello, dichas temperaturas superficiales j serán supuestas conocidas del instante de tiempo anterior, pudiendo así expresarse el flujo de calor radiante neto como función exclusiva de la temperatura de la superficie i objeto de estudio ($q_{i,RL}^t = f(T_i^t)$).

La ecuación (10) puede entonces reescribirse como:

$$\begin{bmatrix} q_1 \\ \vdots \\ q_i \\ \vdots \\ q_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{1n} \\ \vdots & \ddots & & & \vdots \\ a_{i1} & \cdots & a_{ii} & \cdots & a_{in} \\ \vdots & & & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & \cdots & \cdots & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} T_1^4 \\ \vdots \\ T_i^4 \\ \vdots \\ T_n^4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_i \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix} \quad (11)$$

donde las matrices $[a]$ y $[b]$ son calculadas sólo una vez al principio de la simulación.

Para cada instante de tiempo t , se calculara el flujo neto infrarrojo saliente de cada superficie i como:

$$q_{i,RL}^t = (a_{i1} \cdot (T_1^{t-1})^4 + \dots + a_{ii} \cdot (T_i^t)^4 + \dots + a_{in} \cdot (T_n^{t-1})^4) + b_i \quad (11)$$

O agrupando términos la expresión se reduce a:

$$q_i^{RL} = m_i \cdot T_i + n_i \quad (12)$$

donde:

$$m_i = \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n -a_{ij} \cdot 4 \cdot (T_{ij}^m(t-1))^3 \quad (13)$$

$$n_i = b_i + \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^n a_{ij} \cdot 4 \cdot (T_{ij}^m(t-1))^3 \cdot T_j(t-1) \quad (14)$$

El programa utilizado para implementar ambos métodos es ©jEner (programa de simulación térmica de edificios desarrollado por el Grupo de Investigación de Ingeniería Térmica de la Universidad de

Cádiz) validado según el Bestest de la Agencia Internacional de la Energía [10]. El ordenador en el que se han llevado a cabo las simulaciones tiene un procesador Intel-Core-Duo T6500 de 2,10GHz, una memoria RAM de 4 GB y el sistema operativo es el Windows 7 Professional de 64 bit. Los tiempos computacionales empleados han sido medidos con la ayuda de la herramienta *Profile* de la plataforma de programación NETBEANS IDE7.4 para JAVA.

2.1 Caso práctico

El caso práctico consiste en un local de 105,5 m² de superficie, con un único cerramiento exterior en la fachada Este de 109 m², de los cuales 66 m² corresponden a un acristalamiento, siendo el resto de paredes interiores de separación con locales no acondicionados.

Todos los cerramientos opacos tienen una conductividad térmica igual a 0.25 W/m/K, una densidad de 1775 kg/m³ y una capacidad calorífica igual a 920 J/kg/K. El espesor en todos los casos es de 0.05 m, y las propiedades radiantes son absorptividad 0.5 y emisividad 0.6 tanto en la superficie exterior como en la interior. El cerramiento traslúcido tiene una conductividad térmica de 0.29 W/m/K, y un espesor de 0.12 m. Las propiedades radiantes son reflectividad difusa 0.3, transmisividad difusa 0.6, reflectividad directa normal 0.341, trasmisividad directa normal 0.066 y emisividad 0.6. Todas ellas iguales en ambas caras. Las funciones que definen el comportamiento de la reflectividad y la trasmisividad directas en función del ángulo de incidencia ($\rho_{Dir}(\theta)$ y $\tau_{Dir}(\theta)$ respectivamente) se muestran en la siguiente tabla.

Tabla 1. Propiedades radiantes directas cerramiento traslúcido en función del ángulo de incidencia

θ	0°	10°	20°	30°	40°	50°	60°	70°	80°	90°
$\rho_{Dir}(\theta)$	-0.430	-0.434	-0.435	-0.429	-0.414	-0.382	-0.315	-0.149	0.252	0.99
$\tau_{Dir}(\theta)$	0.066	0.066	0.066	0.065	0.063	0.061	0.056	0.046	0.027	0

No se han considerado cargas internas ni infiltraciones. Los datos meteorológicos horarios corresponden a la ciudad de Sevilla.

3. Resultados

Se han llevado a cabo simulaciones del caso descrito en base a las resoluciones explícita e implícita para seis intervalos de tiempo de estudio distintos (60, 45, 30, 20, 10 y 5 minutos).

La tabla 2 muestra el error cuadrático medio y el máximo error absoluto de todos los valores de temperaturas obtenidas en base al procedimiento explícito frente al implícito. Los errores se han medido para las temperaturas del espacio ("Esp"), cara interior del muro Este ("ME_i"), y cara interior del vidrio ("V_i").

Tabla 2. Desviación temperaturas explícito vs. implícito

dt	RMSE (°C)			Máximo error absoluto (°C)		
	Esp	ME _i	V _i	Esp	ME _i	V _i
60	0.125	0.422	0.180	0.43	2.26	0.61
45	0.0953	0.257	0.140	0.31	1.98	0.45
30	0.0642	0.140	0.0945	0.21	0.89	0.34
20	0.0431	0.0817	0.0639	0.14	0.55	0.41
10	0.0217	0.0373	0.0324	0.07	0.24	0.4
5	0.0111	0.0180	0.0168	0.034	0.11	0.38

Como era de esperar, para todos los casos, los errores disminuyen al reducirse el intervalo de tiempo empleado.

La Tabla 3 recoge los tiempos computacionales empleados para cada uno de los casos analizados (procedimientos explícito e implícito para intervalos de tiempo de 60, 45, 30, 20 y 10 minutos).

Tabla 3. Tiempos computacionales simulación (ms)

dt	Explícito	Implícito	Ratio
60	7267	14060	0.517
45	9091	18239	0.498
30	12249	22154	0.553
20	15183	29380	0.517
10	20458	50456	0.405
5	32128	78177	0.411

Como se puede observar, los tiempos computacionales empleados por el procedimiento explícito son, para todos los casos, aproximadamente un 50% del tiempo empleado por el procedimiento implícito equivalente.

4. Conclusiones

El presente artículo analiza la reducción de tiempos de computación y la precisión alcanzada al reformular las ecuaciones de intercambio de radiación infrarroja en recintos, utilizadas por los programas de simulación térmica de edificios, de tal forma que puedan resolverse sin necesidad de métodos numéricos iterativos. Una vez implementado las modificaciones necesarias, se ha realizado un caso de estudio obteniendo los resultados mediante el nuevo esquema de resolución explícita y un método tradicional mediante Newton-Raphson.

A la vista de los resultados obtenidos se concluye que desde el punto de vista de la precisión, el procedimiento de resolución explícito obtiene resultados que alcanzan un error cuadrático medio del año completo de 0.01 °C en las temperaturas superficiales y del aire del local para un intervalo de simulación de 5 minutos. En cualquier caso, intervalos de simulación inferiores a 1 hora aseguran errores cuadráticos medios inferiores a 0.422 °C. Del análisis de los tiempos computacionales se derivan ahorros en torno al 50% en todos los casos simulados, independientemente del intervalo de tiempo de simulación.

Así pues, se puede concluir que el uso de una metodología explícita para la resolución del procedimiento de cálculo radiante neto de onda larga en un recinto cerrado es una opción recomendable si se pretenden optimizar tiempos computacionales sin tener por ello que sacrificar la exactitud del procedimiento.

5. Referencias

- R.D. 47/2007 de 19 de enero, por el que se aprueba el Procedimiento básico para la certificación de eficiencia energética de edificios de nueva construcción.
- EnergyPlus Engineering Reference. The References to EnergyPlus Calculations.* University of Illinois. U.S. Department of Energy. Disponible en <http://www.energyplus.gov>
- KLEIN S. A. at all., TRNSYS 16- *A TRaNsient System Simulation program, User Manual.* Solar Energy Laboratory. University of Wisconsin-Madison, 2004.
- BEAUSOLEIL-MORRISON, I. *The Adaptive Coupling of Heat and Air Flow Modelling within Dynamic Whole Building Simulation.* PhD Thesis. University of Strathclyde, 2000.

- LBNL, *DOE-2 Engineer Manual-Version 2.1A*. LBNL, University of California Berkeley, November 1982.
- STEFANIZZI, P., WILSON A. *Internal long-wave radiation exchange in buildings: Comparison of calculation methods: I Review of algorithms*. Building Serv. Res. Technol. 11(3) 81-85. Great Britain, 1990.
- SIEGEL R., HOWELL J.R., *Thermal Radiation Heat Transfer*, Hemisphere Publishing Corporation-McGraw-Hill Book Company, 1981
- CORONEL J.F., *Modelo de la Transferencia Térmica en Dispositivos de Control Solar*. Proyecto fin de carrera, Escuela Superior de Ingenieros Industriales. Universidad de Sevilla, 1993.
- RODRIGUEZ E.A., *Sistematización de Acoplamientos Térmicos y Termoaerálicos en la Simulación de Edificios*, Tesis Doctoral, Escuela Superior de Ingenieros Industriales, Universidad de Sevilla, 1986.
- CUBILLAS P. R., *Modelo de Simulación Térmica de Edificios Orientado al Acoplamiento con Sistemas de Climatización*, Tesis Doctoral, Escuela Politécnica Superior de Algeciras, Universidad de Cádiz, 2008.